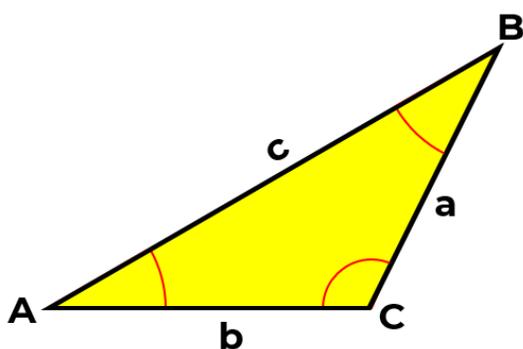


LEY DEL SENO Y DEL COSENO

La ley del seno y la ley del coseno son dos fórmulas matemáticas utilizadas para resolver triángulos no rectángulos (Que no tienen ángulo de 90°). Estas leyes son útiles para encontrar longitudes de lados o ángulos de un triángulo no rectángulo cuando se conocen algunos de sus lados y ángulos.

LEY DEL SENO

La ley del seno establece que en un triángulo no rectángulo, la razón entre cada lado y el seno del ángulo opuesto es constante. Esta fórmula se puede escribir como:

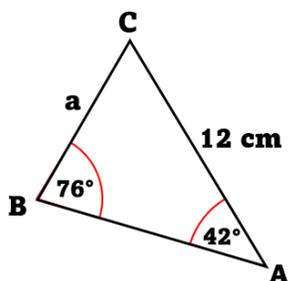


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

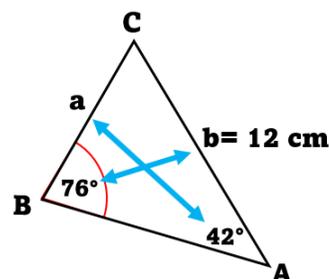
La ley del seno se utiliza cuando:

1. Tenemos dos ángulos y un lado del triángulo.
2. En un triángulo tenemos dos lados y un ángulo opuesto a uno de esos lados.

Ejemplo 1: Encuentre el valor de “a” utilizando la ley del seno:



Para resolver algún problema por la ley del seno, recomiendo hacer una x, la misma siempre debe utilizar la incógnita y el otro lado que tiene valor, de la siguiente manera:



Utilizando la fórmula, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ tachamos la letra que no vamos a utilizar y reemplazando los valores que tenemos:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

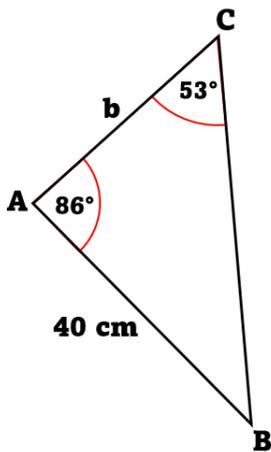
$$\rightarrow \frac{a}{\sin 42} = \frac{12}{\sin 76}$$

Como Sin 42 está dividiendo, pasa multiplicando.

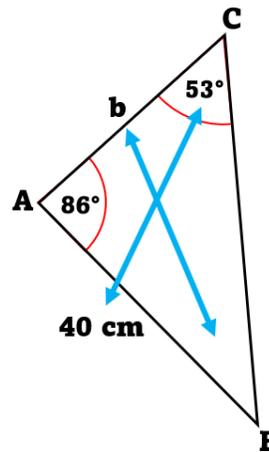
$$\rightarrow a = \frac{12 \cdot (\sin 42)}{\sin 76}$$

$$\rightarrow a \approx 8.28$$

Ejemplo 2: Encuentre el valor de "b" utilizando la ley del seno:



Hacemos la x



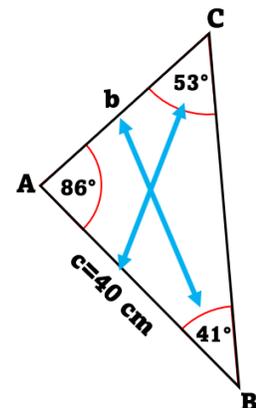
Podemos percatarnos que no tenemos el ángulo B, pero lo podemos encontrar de la siguiente manera: a 180° le restamos la suma de los otros dos ángulos que tenemos

$$B = 180^\circ - (86 + 53)$$

$$B = 180^\circ - (139)$$

$$B = 41^\circ$$

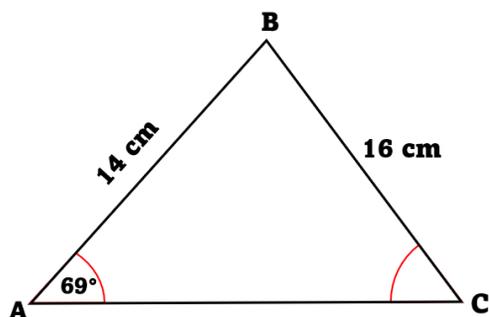
Ahora tenemos:



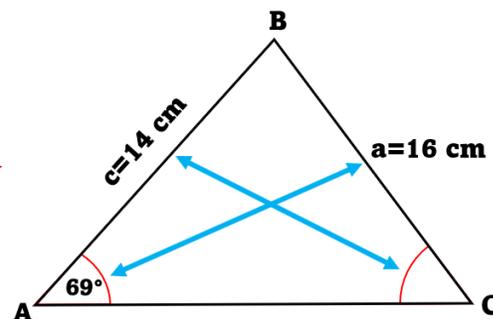
Utilizando la fórmula, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ tachamos la letra que no vamos a utilizar y reemplazando los valores que tenemos:

$$\begin{aligned} \cancel{\frac{a}{\sin A}} &= \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \\ \frac{b}{\sin B} &= \frac{c}{\sin C} \\ \rightarrow \frac{b}{\sin 41} &= \frac{40}{\sin 53} \\ \rightarrow b &= \frac{40 \cdot (\sin 41)}{\sin 53} \\ \rightarrow b &\approx 32.86 \end{aligned}$$

Ejemplo 3: Encuentre el valor de "C" utilizando la ley del seno:



Hacemos la x \rightarrow



Cuando tengamos que encontrar un ángulo por la ley del seno, debemos utilizar la fórmula de esta manera preferiblemente:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Tachamos la letra que no vamos a utilizar y reemplazando los valores que tenemos:

$$\frac{\sin A}{a} = \cancel{\frac{\sin B}{b}} = \frac{\sin C}{c}$$



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\rightarrow \frac{\sin 69}{16} = \frac{\sin C}{14}$$

Podemos colocarlo al revés

$$\rightarrow \frac{\sin C}{14} = \frac{\sin 69}{16}$$

$$\rightarrow \sin C = \frac{14 \cdot (\sin 69)}{16}$$

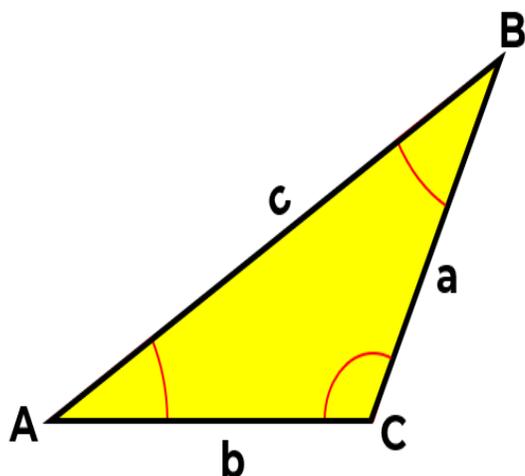
$$\rightarrow C = \sin^{-1} \left[\frac{14 \cdot (\sin 69)}{16} \right]$$

$$\rightarrow C \approx 54.77^\circ$$

LEY DEL COSENO

La ley del coseno establece que en un triángulo no rectángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble del producto de estos dos lados y el coseno del ángulo opuesto al lado que estamos midiendo.

La ley del coseno la podemos escribir de la siguiente manera:



Cuando tenemos que encontrar un lado:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

Cuando tenemos que encontrar un ángulo:

$$A = \cos^{-1} \left[\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \right]$$

$$B = \cos^{-1} \left[\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} \right]$$

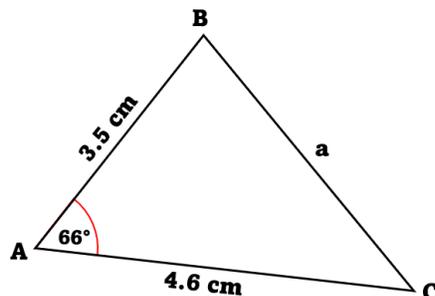
$$C = \cos^{-1} \left[\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b} \right]$$



La ley del coseno se utiliza cuando:

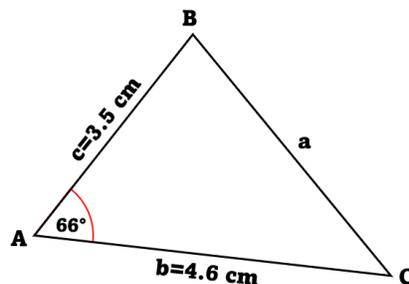
1. Tenemos tres lados del triángulo
2. Tenemos un ángulo en medio de dos lados de un triángulo.

Ejemplo 1: Encuentre el valor de “a” utilizando la ley del coseno:



En este problema tenemos un ángulo en medio de dos lados, por lo tanto utilizamos la ley del coseno. Como tenemos que encontrar un lado utilizamos esta fórmula:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$



Reemplazamos

$$a^2 = (4.6)^2 + (3.5)^2 - 2(4.6)(3.5) \cos(66)$$

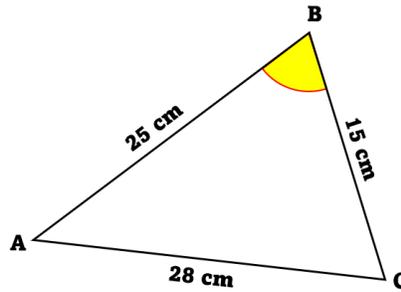
$$a^2 \approx 20.3131$$

Aplicamos raíz cuadrada para eliminar el cuadrado de la a

$$a \approx 4.52$$

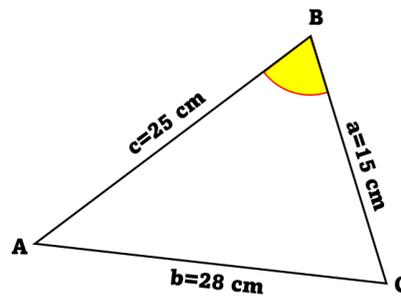


Ejemplo 2: Encuentre el valor de “B” utilizando la ley del coseno:



En este problema tenemos tres lados, por lo tanto utilizamos la ley del coseno. Como tenemos que encontrar un ángulo utilizamos esta fórmula:

$$B = \cos^{-1} \left[\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} \right]$$



Reemplazamos

$$B = \cos^{-1} \left[\frac{(15)^2 + (25)^2 - (28)^2}{2(15)(25)} \right]$$

$$B \approx 84.95^\circ$$

