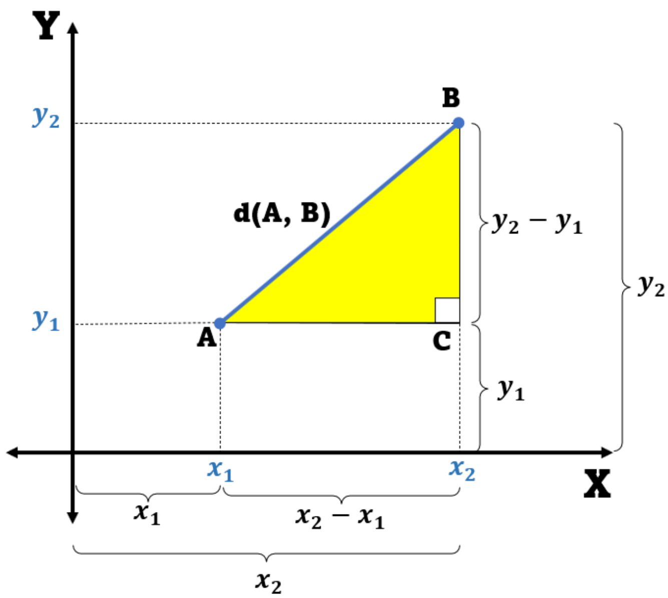
DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre dos puntos es la longitud del segmento de línea recta que los conecta. La distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en el plano cartesiano, se encuentra aplicando el Teorema de Pitágoras de la siguiente manera:



$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

$$[\mathbf{d(A, B)}]^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\mathbf{d(A, B)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

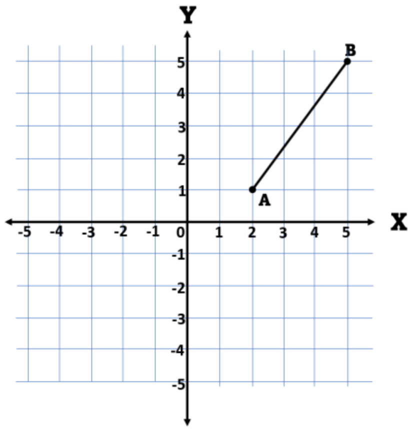
Esta fórmula se puede abreviar de la siguiente manera:

$$\mathbf{d} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

A esta fórmula se le conoce generalmente como distancia Euclidiana y es una herramienta versátil en muchos campos de la vida cotidiana, como por ejemplo en el uso de sistemas de posicionamiento global (GPS), en física para buscar la velocidades y aceleración de objetos, etc.

En los siguientes ejemplos explicamos como encontrar la distancia entre dos puntos:

EJEMPLO 1



Encuentre la distancia entre los puntos A y B

1. Escribimos las coordenadas de **A** y **B**

A (2, 1) **B (5, 5)**

x_1 y_1 x_2 y_2

2. Reemplazamos estos valores en la fórmula.

$$\mathbf{d} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{(5-2)^2 + (5-1)^2}$$

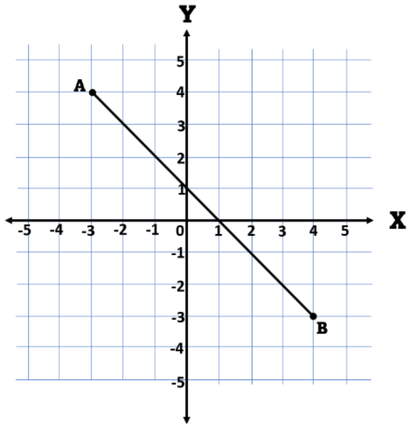
$$\mathbf{d} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{9 + 16}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{25}$$

$$\boxed{\mathbf{d} = 5}$$

EJEMPLO 2



Encuentre la distancia entre los puntos A y B

1. Escribimos las coordenadas de **A** y **B**

A (-3, 4) **B (4, -3)**

x_1 y_1 x_2 y_2

2. Reemplazamos estos valores en la fórmula.

$$\mathbf{d} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{(4-(-3))^2 + (-3-4)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{(4+3)^2 + (-3-4)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{(7)^2 + (-7)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{49 + 49}$$

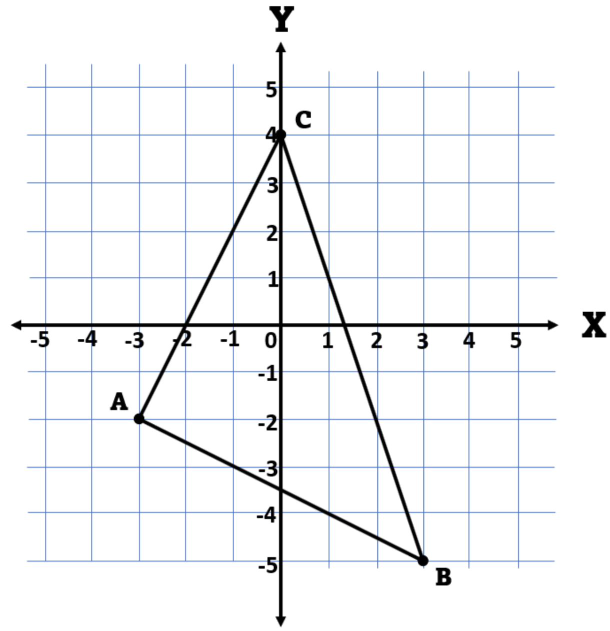
$$\mathbf{d} = \sqrt{98}$$

$$\boxed{\mathbf{d} \approx 9{,}9}$$

EJEMPLO 3 **Encuentre el Perímetro del ΔABC**

El Perímetro es la suma de las tres distancias:

$$\boldsymbol{P} = d(A,B) + d(B,C) + d(A,C)$$



1. Escribimos las coordenadas de **A** , **B** y **C**

A (-3, -2) **B (3, -5)** **C (0, 4)**
x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_3

2. Encontramos la distancia AB .

$$\mathbf{d}(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\mathbf{d}(A,B) = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (-5 - (-2))^2}$$

$$\mathbf{d}(A,B) = \sqrt{(3 + 3)^2 + (-5 + 2)^2}$$

$$\mathbf{d}(A,B) = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2}$$

$$\mathbf{d}(A,B) = \sqrt{36 + 9}$$

$$\mathbf{d}(A,B) = \sqrt{45}$$

$$\boxed{\mathbf{d}(A,B) \approx 6,7}$$

3. Encontramos la distancia BC

$$\mathbf{d}(B,C) = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

$$\mathbf{d}(B,C) = \sqrt{(0 - 3)^2 + (4 - (-5))^2}$$

$$\mathbf{d}(B,C) = \sqrt{(0 - 3)^2 + (4 + 5)^2}$$

$$\mathbf{d}(B,C) = \sqrt{(-3)^2 + (9)^2}$$

$$\mathbf{d}(B,C) = \sqrt{9 + 81}$$

$$\mathbf{d}(B,C) = \sqrt{90}$$

$$\boxed{\mathbf{d}(B,C) \approx 9,5}$$

4. Encontramos la distancia BC

$$\mathbf{d}(A,C) = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}$$

$$\mathbf{d}(A,C) = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (4 - (-2))^2}$$

$$\mathbf{d}(A,C) = \sqrt{(0 + 3)^2 + (4 + 2)^2}$$

$$\mathbf{d}(A,C) = \sqrt{(3)^2 + (6)^2}$$

$$\mathbf{d}(A,C) = \sqrt{9 + 36}$$

$$\mathbf{d}(A,C) = \sqrt{45}$$

$$\boxed{\mathbf{d}(A,C) \approx 6,7}$$

5. Reemplazamos las distancias encontradas:

$$\boldsymbol{P} = d(A,B) + d(B,C) + d(A,C)$$

$$\boldsymbol{P} \approx 6{,}7 + 9{,}5 + 6{,}7$$

$$\boxed{\boldsymbol{P} \approx 22.9}$$

EJEMPLO 4 **Encuentre las coordenadas del punto $C(x,y)$ ubicado en el eje X que equidista de $A(-3,-2)$ y de $B(4,5)$**

Que un punto C equidiste de A y B significa que la $\mathbf{d}(\mathrm{A},\mathrm{C}) = \mathbf{d}(\mathrm{B},\mathrm{C})$

1. Sabemos que C está sobre el eje X, por consiguiente el valor de y=0, no tendríamos el valor de la abscisa, es decir x. Por el momento la coordenada de C sería: $\boldsymbol{C(x,0)}$
   Nuestras coordenadas serían:

$$\underset{x_1\quad y_1}{A(-3,-2)} \qquad \underset{x_2\quad y_2}{B(4,\ 5)} \qquad \underset{x_3\quad y_3}{C(x,\ 0)}$$

2. **Reemplazamos en:**

$$\mathbf{d}(\mathrm{A},\mathrm{C}) = \mathbf{d}(\mathrm{B},\mathrm{C})$$

$$\sqrt{(x_3-x_1)^2+\ (y_3-y_1)^2} = \sqrt{(x_3-x_2)^2+\ (y_3-y_2)^2}$$

$$\sqrt{(x-(-3))^2+\ (0-(-2))^2} = \sqrt{(x-4)^2+\ (0-5)^2}$$

$$\sqrt{(x+3)^2+\ (0+2)^2} = \sqrt{(x-4)^2+\ (0-5)^2}$$

$$\sqrt{(x+3)^2+\ (2)^2} = \sqrt{(x-4)^2+\ (-5)^2}$$

$$\sqrt{x^2+6x+9+\ 4} = \sqrt{x^2-8x+16+\ 25}$$

$$\left(\sqrt{x^2+6x+9+\ 4}\right)^2 = \left(\sqrt{x^2-8x+16+\ 25}\right)^2$$

$$x^2+6x+9+\ 4 = x^2-8x+16+\ 25$$

$$\cancel{x^2}+6x+9+\ 4 = \cancel{x^2}-8x+16+\ 25$$

$$6x+8x = 16+\ 25-9-\ 4$$

$$14x = 28$$

$$x = \frac{28}{14}$$

$$x = 2$$

3. **La coordenada de C es:** $\boxed{C(2,\ 0)}$