

PLAN – SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

MÉTODO DE REDUCCIÓN

Un sistema lineal de dos ecuaciones con dos variables es un sistema escrito de la siguiente manera:

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Los sistemas de ecuaciones lineales son herramientas matemáticas que se utilizan para representar y resolver situaciones en las que hay varias ecuaciones lineales interrelacionadas. Estos sistemas son útiles en diversas áreas, como la ingeniería, la física, la economía y la informática.

Los pasos para resolver un problema por el método de reducción son los siguientes:

1. Se multiplican las ecuaciones por aquellos números que hagan que una de las variables se pueda eliminar.
2. Se suman o restan las ecuaciones para eliminar esa variable.
3. Se resuelve la ecuación resultante y se encuentra el valor de la primera variable.
4. Se sustituye ese valor en cualquiera de las ecuaciones originales y se encuentra el valor de la segunda variable.

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} 2x + 9y = 16 \\ 10x + 4y = -2 \end{cases}$$

Se multiplican las ecuaciones por aquellos números que hagan que una de las variables se pueda eliminar.

$$\begin{array}{l} -10 \\ 2 \end{array} \begin{cases} 2x + 9y = 16 \\ 10x + 4y = -2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -20x - 90y = -160 \\ 20x + 8y = -4 \end{cases}$$



Se suman o restan las ecuaciones para eliminar esa variable.

$$\begin{array}{r} -20x - 90y = -160 \\ 20x + 8y = -4 \\ \hline -82y = -164 \end{array}$$

Se resuelve la ecuación resultante y se encuentra el valor de la primera variable.

$$-82y = -164$$

$$y = \frac{-164}{-82}$$

$$y = 2$$

Se sustituye ese valor en cualquiera de las ecuaciones originales y se encuentra el valor de la segunda variable.

$$2x + 9y = 16$$

$$2x + 9(2) = 16$$

$$2x + 18 = 16$$

$$2x = 16 - 18$$

$$2x = -2$$

$$x = \frac{-2}{2}$$

$$x = -1$$



Ejemplo 2:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Se multiplican las ecuaciones por aquellos números que hagan que una de las variables se pueda eliminar.

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ x + y = 1 \end{cases} \\ & \begin{cases} -3x + 2y = -8 \\ 3x + 3y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Se suman o restan las ecuaciones para eliminar esa variable.

$$\begin{array}{r} \cancel{-3x} + 2y = -8 \\ \cancel{3x} + 3y = 3 \\ \hline 5y = -5 \end{array}$$

Se resuelve la ecuación resultante y se encuentra el valor de la primera variable.

$$5y = -5$$

$$y = \frac{-5}{5}$$

$$y = -1$$

Se sustituye ese valor en cualquiera de las ecuaciones originales y se encuentra el valor de la segunda variable.

$$x + y = 1$$

$$x + (-1) = 1$$

$$x - 1 = 1$$

$$x = 1 + 1$$

$$x = 2$$



Ejemplo 3:

$$\begin{cases} 5y - 12x + 20 = 0 \\ 16 - 5x = -4y \end{cases}$$

Ordenamos las ecuaciones.

$$\begin{cases} -12x + 5y = -20 \\ -5x + 4y = -16 \end{cases}$$

Se multiplican las ecuaciones por aquellos números que hagan que una de las variables se pueda eliminar.

$$\begin{matrix} -5 \\ 12 \end{matrix} \begin{cases} -12x + 5y = -20 \\ -5x + 4y = -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 60x - 25y = 100 \\ -60x + 48y = -192 \end{cases}$$

Se suman o restan las ecuaciones para eliminar esa variable.

$$\begin{array}{r} \cancel{60x} - 25y = 100 \\ \cancel{-60x} + 48y = -192 \\ \hline 23y = -92 \end{array}$$

Se resuelve la ecuación resultante y se encuentra el valor de la primera variable.

$$\begin{aligned} 23y &= -92 \\ y &= \frac{-92}{23} \\ y &= -4 \end{aligned}$$

Se sustituye ese valor en cualquiera de las ecuaciones originales y se encuentra el valor de la segunda variable.

$$\begin{aligned} -5x + 4y &= -16 \\ -5x + 4(-4) &= -16 \\ -5x - 16 &= -16 \\ -5x &= -16 + 16 \\ -5x &= 0 \\ x &= \frac{0}{-5} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Ejemplo 4:

$$\begin{cases} 36 - 5x + 11y = 0 \\ \frac{1}{6}y = 1 + \frac{1}{3}x \end{cases}$$

Ordenamos las ecuaciones y quitamos los denominadores.

$$\begin{cases} -5x + 11y = -36 \\ -\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 11y = -36 \\ 2 \left(-\frac{1}{3}x \right) + 2 \left(\frac{1}{6}y \right) = 2(1) \end{cases}$$

Multiplicamos toda la ecuación por el M.C.M. de 3 y 6= 6

$$\begin{cases} -5x + 11y = -36 \\ -2x + y = 6 \end{cases}$$

Se multiplican las ecuaciones por aquellos números que hagan que una de las variables se pueda eliminar.

$$\begin{cases} -2 \{ -5x + 11y = -36 \\ 5 \{ -2x + y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 22y = 72 \\ -10x + 5y = 30 \end{cases}$$

Se suman o restan las ecuaciones para eliminar esa variable.

$$\begin{array}{r} 10x - 22y = 72 \\ -10x + 5y = 30 \\ \hline -17y = 102 \end{array}$$

Se resuelve la ecuación resultante y se encuentra el valor de la primera variable.

$$\begin{aligned} -17y &= 102 \\ y &= \frac{102}{-17} \\ y &= -6 \end{aligned}$$

Se sustituye ese valor en cualquiera de las ecuaciones originales y se encuentra el valor de la segunda variable.

$$\begin{aligned} -2x + y &= 6 \\ -2x - 6 &= 6 \\ -2x &= 6 + 6 \\ -2x &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{12}{-2} \\ x &= -6 \end{aligned}$$



Ejemplo 5:

$$\begin{cases} 60x - 25y - 15 = 0 \\ -12x + 5y = -3 \end{cases}$$

Ordenamos las ecuaciones.

$$\begin{cases} 60x - 25y = 15 \\ -12x + 5y = -3 \end{cases}$$

Se multiplican las ecuaciones por aquellos números que hagan que una de las variables se pueda eliminar.

$$\begin{array}{l} 5 \\ 25 \end{array} \begin{cases} 60x - 25y = 15 \\ -12x + 5y = -3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 300x - 125y = 75 \\ -300x + 125y = -75 \end{cases}$$

Se suman o restan las ecuaciones para eliminar esa variable.

$$\begin{array}{r} \cancel{300x} - \cancel{125y} = \cancel{75} \\ \cancel{-300x} + \cancel{125y} = \cancel{-75} \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

Cuando la ecuación queda $0 = 0$, entonces hay infinitas soluciones.



Ejemplo 6:

$$\begin{cases} 5x - 11y + 6 = 0 \\ 40x - 88y = -7 \end{cases}$$

Ordenamos las ecuaciones.

$$\begin{cases} 5x - 11y = -6 \\ 40x - 88y = -7 \end{cases}$$

Se multiplican las ecuaciones por aquellos números que hagan que una de las variables se pueda eliminar.

$$\begin{array}{l} -40 \begin{cases} 5x - 11y = -6 \\ 40x - 88y = -7 \end{cases} \\ 5 \end{array}$$
$$\begin{cases} -200x + 440y = 240 \\ 200x - 440y = -35 \end{cases}$$

Se suman o restan las ecuaciones para eliminar esa variable.

$$\begin{array}{r} -200x + 440y = 240 \\ 200x - 440y = -35 \\ \hline 0 = 205 \end{array}$$

Cuando la ecuación queda $0 = a$, entonces no hay solución.

