PLAN – SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Un sistema lineal de dos ecuaciones con dos variables es un sistema escrito de la siguiente manera:

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Los sistemas de ecuaciones lineales son herramientas matemáticas que se utilizan para representar y resolver situaciones en las que hay varias ecuaciones lineales interrelacionadas. Estos sistemas son útiles en diversas áreas, como la ingeniería, la física, la economía y la informática.

Los pasos para resolver un problema por el método de sustitución son los siguientes:

1. Se despeja una de las variables en una de las ecuaciones (Cualquiera de las dos ecuaciones).
2. Se sustituye la variable en la otra ecuación.
3. Se resuelve la ecuación resultante.
4. Al encontrar el valor de la variable, se sustituye en una de las ecuaciones y se resuelve para encontrar el valor de la otra variable.

Ejemplo 1:

$$\begin{cases} 2x + 9y = 16 \\ 10x + 4y = -2 \end{cases}$$

Se despeja una de las variables en una de las ecuaciones :

$$2x + 9y = 16$$

$$2x = -9y + 16$$

$$\boxed{x = \frac{-9y+16}{2}}$$

Se sustituye la variable en la otra ecuación.

$$10x + 4y = -2$$

$$10\left(\frac{-9y+16}{2}\right) + 4y = -2$$

Se resuelve la ecuación resultante.

$$\overset{5}{\cancel{10}}\left(\frac{-9y+16}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) + 4y = -2$$

$$-45y + 80 + 4y = -2$$

$$-41y = -2 - 80$$

$$-41y = -82$$

$$y = \frac{-82}{-41}$$

$$\boxed{y = 2}$$

Al encontrar el valor de la variable, se sustituye en una de las ecuaciones y se resuelve para encontrar el valor de la otra variable:

$$2x + 9y = 16$$

$$2x + 9(2) = 16$$

$$2x + 18 = 16$$

$$2x = 16 - 18$$

$$2x = -2$$

$$x = \frac{-2}{2}$$

$$\boxed{x = -1}$$

Ejemplo 2:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Se despeja una de las variables en una de las ecuaciones :

$$x + y = 1$$

$$\boxed{x = -y + 1}$$

Se sustituye la variable en la otra ecuación.

$$3x - 2y = 8$$

$$3(-y + 1) - 2y = 8$$

Se resuelve la ecuación resultante.

$$-3y + 3 - 2y = 8$$

$$-5y = -3 + 8$$

$$-5y = 5$$

$$y = \frac{5}{-5}$$

$$\boxed{y = -1}$$

Al encontrar el valor de la variable, se sustituye en una de las ecuaciones y se resuelve para encontrar el valor de la otra variable:

$$x + y = 1$$

$$x + (-1) = 1$$

$$x - 1 = 1$$

$$x = 1 + 1$$

$$\boxed{x = 2}$$

Ejemplo 3:

$$\begin{cases} 5y - 12x + 20 = 0 \\ 16 - 5x = -4y \end{cases}$$

Se despeja una de las variables en una de las ecuaciones :

$$5y - 12x + 20 = 0$$

$$5y = 12x - 20$$

$$\boxed{y = \frac{12x - 20}{5}}$$

Se sustituye la variable en la otra ecuación.

$$16 - 5x = -4y$$

$$16 - 5x = -4\left(\frac{12x - 20}{5}\right)$$

Se resuelve la ecuación resultante.

$$16 - 5x = -4\left(\frac{12x - 20}{5}\right)$$

Se multiplica toda la ecuación por 5

$$5 \cdot 16 - 5 \cdot 5x = -4\left(\frac{12x - 20}{\cancel{5}}\right) \cdot \cancel{5}$$

$$80 - 25x = -4(12x - 20)$$

$$80 - 25x = -48x + 80$$

$$48x - 25x = -80 + 80$$

$$23x = 0$$

$$x = \frac{0}{23}$$

$$\boxed{x = 0}$$

Al encontrar el valor de la variable, se sustituye en una de las ecuaciones y se resuelve para encontrar el valor de la otra variable:

$$16 - 5x = -4y$$

$$16 - 5(0) = -4y$$

$$16 - 0 = -4y$$

$$4y = -16$$

$$y = \frac{-16}{4}$$

$$\boxed{y = -4}$$

Ejemplo 4:

$$\begin{cases} 36 - 5x + 11y = 0 \\ \dfrac{1}{6}y = 1 + \dfrac{1}{3}x \end{cases}$$

Se despeja una de las variables en una de las ecuaciones :

$$36 - 5x + 11y = 0$$

$$11y = 5x - 36$$

$$\boxed{y = \frac{5x-36}{11}}$$

Se sustituye la variable en la otra ecuación.

$$\frac{1}{6}y = 1 + \frac{1}{3}x$$

$$\frac{1}{6}\left(\frac{5x - 36}{11}\right) = 1 + \frac{1}{3}x$$

Se resuelve la ecuación resultante.

$$\frac{1}{6}\left(\frac{5x-36}{11}\right)=1+\frac{1}{3}x$$

$$\frac{5x-36}{66}=1+\frac{1}{3}x$$

$$\cancel{66}\cdot\frac{5x-36}{\cancel{66}}=66\cdot 1+\overset{22}{\cancel{66}}\cdot\frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}x$$

Se multiplica toda la ecuación por el M.C.M. (66)

$$5x-36=66+22x$$

$$5x-22x=66+36$$

$$-17x=102$$

$$x=\frac{102}{-17}$$

$$\boxed{x=-6}$$

Al encontrar el valor de la variable, se sustituye en una de las ecuaciones y se resuelve para encontrar el valor de la otra variable:

$$36-5x+11y=0$$

$$36-5(-6)+11y=0$$

$$36+30+11y=0$$

$$66+11y=0$$

$$11y=-66$$

$$y=\frac{-66}{11}$$

$$\boxed{y=-6}$$

Ejemplo 5:

$$\begin{cases} 60x - 25y - 15 = 0 \\ -12x + 5y = -3 \end{cases}$$

Se despeja una de las variables en una de las ecuaciones :

$$60x - 25y - 15 = 0$$

$$60x = 25y + 15$$

$$\boxed{x = \frac{25y+15}{60}}$$

Se sustituye la variable en la otra ecuación.

$$-12x + 5y = -3$$

$$-12\left(\frac{25y + 15}{60}\right) + 5y = -3$$

Se resuelve la ecuación resultante.

$$-\cancel{12}^{1}\left(\frac{25y + 15}{\cancel{60}_{5}}\right) + 5y = -3$$

$$-\left(\frac{25y + 15}{\cancel{5}}\right) \cdot \cancel{5} + 5y \cdot 5 = -3 \cdot 5$$

Se multiplica toda la ecuación por 5

$$-25y - 15 + 25y = -15$$

$$-25y + 25y = 15 - 15$$

$$\boxed{0y = 0}$$

Cuando la ecuación queda $0y = 0$; hay infinitas soluciones.

Ejemplo 6:

$$\begin{cases} 5x - 11y + 6 = 0 \\ 40x - 88y = -7 \end{cases}$$

Se despeja una de las variables en una de las ecuaciones :

$$5x - 11y + 6 = 0$$

$$5x = 11y - 6$$

$$\boxed{x = \frac{11y-6}{5}}$$

Se sustituye la variable en la otra ecuación.

$$40x - 88y = -7$$

$$40\left(\frac{11y-6}{5}\right) - 88y = -7$$

Se resuelve la ecuación resultante.

$$\overset{8}{\cancel{40}}\left(\frac{11y-6}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right) - 88y = -7$$

$$88y - 48 - 88y = -7$$

$$88y - 88y = 48 - 7$$

$$\boxed{0y = 41}$$

Cuando la ecuación queda $0y = a$, entonces no hay solución.