

INECUACIONES LINEALES DE PRIMER GRADO

Son inecuaciones en las cuales, después de realizar las operaciones necesarias para quitar paréntesis y denominadores, para reducir términos semejantes, etc., el grado más alto que tiene la variable es uno; como en los siguientes casos:

$$ax + b > 0; \quad ax + b < 0; \quad ax + b \geq 0; \quad ax + b \leq 0$$

Resolver una inecuación implica hallar los valores en los cuales se cumple la desigualdad.

Algunas recomendaciones para resolver una desigualdad lineal

1. Se trasladan al miembro de la izquierda los términos que contienen la variable, y al miembro de la derecha los términos constantes (términos libres o independientes). Transposición de términos.
2. Se efectúa la suma algebraica de los términos en cada miembro, es decir, se aplica la reducción de términos semejantes.
3. Si el coeficiente de la variable resulta en un número negativo, se debe multiplicar por -1 toda la desigualdad, y se invierte el sentido de la desigualdad.
4. Para despejar la incógnita o variable, se divide los dos miembros de la desigualdad entre el coeficiente de la variable.

En caso de que hubiese denominadores:

5. Se quitan denominadores si los hubiera, de tal manera que queden coeficientes enteros. Es decir, es posible suprimir denominadores en una desigualdad sin que varíe el signo de la desigualdad, porque ello equivale a multiplicar todos los términos de la desigualdad, o sea cada término de los dos miembros, por el m. c. m. de los denominadores.



Resolveremos ahora algunas desigualdades utilizando las propiedades anteriores. Resolver una desigualdad consiste en encontrar todas las soluciones numéricas reales.

Ejemplos:

1. Dada la siguiente inecuación $x + 3 < -2$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$x + 3 < -2$$

$$x < -2 - 3 \quad \text{Trasladamos los términos que no contengan letras}$$

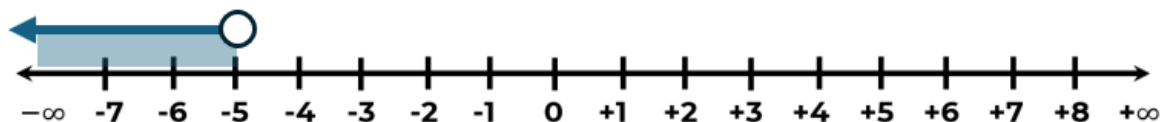
$$x < -5 \quad \text{Reducimos términos semejantes}$$

Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$S = (-\infty, -5)$ a esta solución se le denomina notación de intervalo.

$S = \{x \in R: x < -5\}$ a esta solución se le denomina notación de conjunto

Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: "equis es elemento de los números reales en donde equis es menor que menos cinco".



2. Dada la siguiente inecuación $7x + 3 > 8x - 2$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$7x + 3 > 8x - 2$$

$$7x - 8x > -2 - 3 \quad \text{Transponemos términos}$$

$$-x > -5 \quad \text{Reducimos términos semejantes}$$

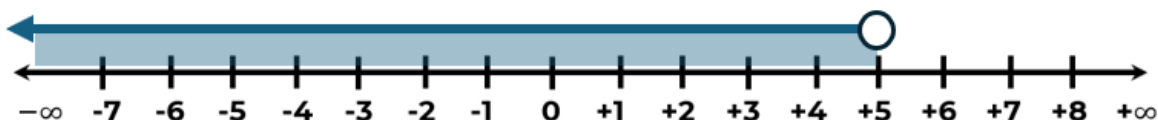
$$(-1)(-x < -5) \quad \text{Multiplicando por } -1 \text{ e invertimos el sentido de la desigualdad}$$

$$x < 5$$

Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$$S = (-\infty, 5) \text{ ó } S = \{x \in R: x < 5\}$$

Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: “equis es elemento de los números reales en donde equis es menor que cinco”.

3. Dada la siguiente inecuación $5x \geq 10$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$5x \geq 10$$

$$\frac{5}{5}x \geq \frac{10}{5} \quad \text{Dividiendo por } 5 \text{ y no se invierte el sentido de la desigualdad porque } 5 \text{ es positivo}$$

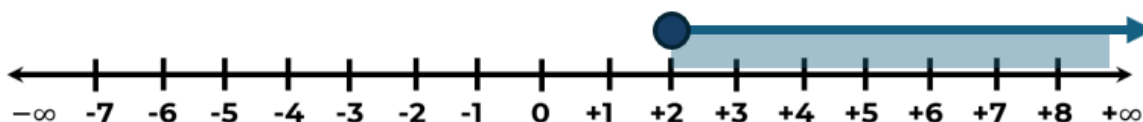
$$x \geq 2$$



Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$$S = [2, +\infty) \text{ ó } S = \{x \in R: x \geq 2\}$$

Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: “equis es elemento de los números reales en donde equis es mayor o igual que dos”.

4. Dada la siguiente inecuación $-3x - 2 < 7$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$-3x - 2 < 7$$

$$-3x < 7 + 2 \quad \text{Transponemos términos}$$

$$-3x < 9 \quad \text{Reducimos términos semejantes}$$

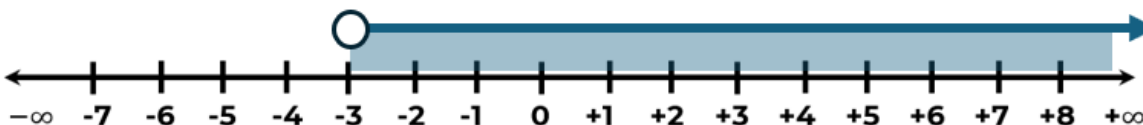
$$\frac{-3}{-3}x < \frac{9}{-3} \quad \text{Dividimos por } -3 \text{ e invertimos el sentido de la desigualdad}$$

$$x > -3$$

Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$$S = (-3, +\infty) \text{ ó } S = \{x \in R: x > -3\}$$

Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: “equis es elemento de los números reales en donde equis es mayor que menos tres”.

5. Dada la siguiente inecuación $-\frac{x}{2} > -3$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$-\frac{x}{2} > -3$$

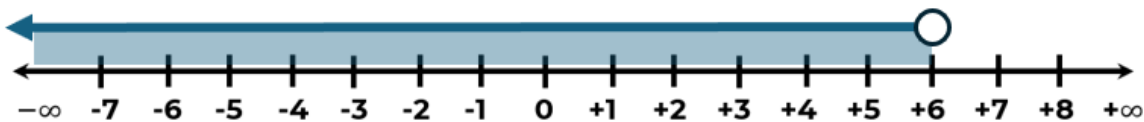
$$(-2) \left(-\frac{x}{2} < -3 \right) \quad \text{Multiplicamos por } -2 \text{ e invirtiendo el sentido de la desigualdad}$$

$$x < 6$$

Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$$S = (-\infty, 6) \text{ ó } S = \{x \in R: x < 6\}$$

Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: “equis es elemento de los números reales en donde equis es menor que seis”.

6. Dada la siguiente inecuación $2(x + 1) - 1 < x + 3$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$2(x + 1) - 1 < x + 3$$

$$2x + 2 - 1 < x + 3 \quad \text{Suprimimos los paréntesis}$$

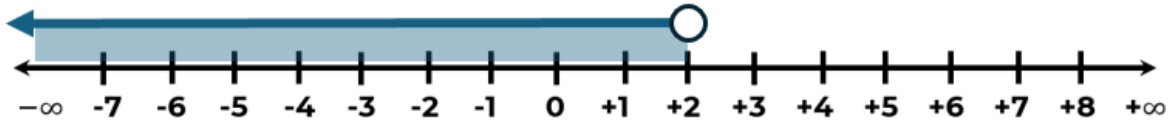
$$2x - x < 3 - 2 + 1 \quad \text{Transponemos términos}$$

$$x < 2 \quad \text{Reducimos términos semejantes}$$

Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$$S = (-\infty, 1) \text{ ó } S = \{x \in R: x < 2\}$$

Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: “equis es elemento de los números reales en donde equis es menor que dos”.

7. Dada la siguiente inecuación $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 \leq 0$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 \leq 0$$

$$14\left(\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 \leq 0\right)$$

Multiplicando la desigualdad por el m. c. m. de los denominadores

$$7x + 2(x+1) - 14x + 28 \leq 0$$

$$7x + 2x + 2 - 14 + 28 \leq 0$$

Propiedad distributiva

$$7x + 2x - 14x \leq -2 - 28$$

Transponiendo términos

$$-5x \leq -30$$

Reduciendo términos semejantes

$$\frac{-5}{-5}x \geq \frac{-30}{-5}$$

Dividiendo por -5 e invirtiendo el sentido de la desigualdad

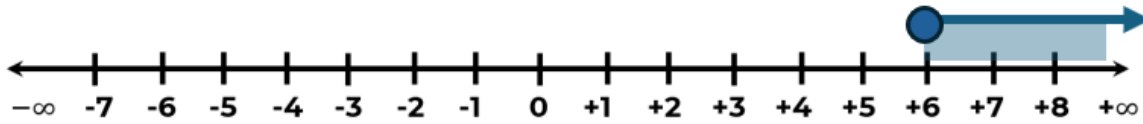
$$x \geq 6$$

Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$$S = [6, +\infty) \text{ ó } S = \{x \in R: x \geq 6\}$$



Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: “equis es elemento de los números reales en donde equis es mayor o igual que seis”.

8. Dada la siguiente inecuación $-8 \leq 3x - 5 < 7$, halle el conjunto solución y gráfiquelo.

Solución:

$$-8 \leq 3x - 5 < 7$$

$$-8 + 5 \leq 3x - 5 + 5 < 7 + 5 \quad \text{Sumamos 5 a cada lado}$$

$$-3 \leq 3x < 12 \quad \text{Reducimos términos semejantes}$$

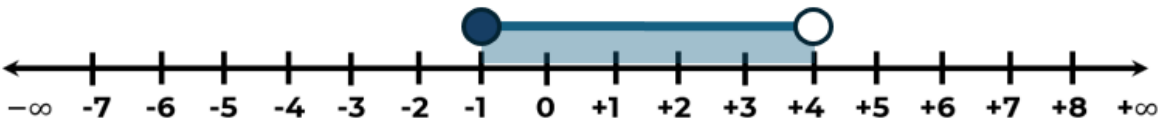
$$\frac{-3}{3} \leq \frac{3}{3}x < \frac{12}{3} \quad \text{Dividimos cada lado por 3}$$

$$-1 \leq x < 4$$

Así, el conjunto solución que simbolizaremos con la letra S , es entonces

$$S = [-1, 4) \quad \text{ó} \quad S = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 4\}$$

Gráficamente:



Expuesta esta relación, se lee: “equis es elemento de los números reales en donde menos uno es menor o igual que equis, equis es menor que cuatro”.

