INTRODUCCIÓN A LAS INECUACIONES

Una proposición de la forma $\boldsymbol{f(x) > g(x)}$ o $\boldsymbol{f(x) \geq g(x)}$ o $\boldsymbol{f(x) < g(x)}$ o $\boldsymbol{f(x) \leq g(x)}$ es llamada una **desigualdad.**

El símbolo: "<" significa "**menor que**", ">" significa "**mayor que**", "≤" significa "**menor o igual que**" y "≥" significa "**mayor o igual que**".

Algunos ejemplos de desigualdades, son los siguientes:

- **3 < 7,**
- **-1 > 2,**
- $\boldsymbol{x \leq 2}$**,**
- $\boldsymbol{x - 3 \leq 4}$
- $\boldsymbol{x \geq 5}$

Al igual que ocurre con las igualdades, las **desigualdades** pueden ser **ciertas o falsas**. Entonces tenemos que: 3 < 7 es cierta, -1 > 2 es falsa; mientras que $x \leq 2$ y $x + 1 \geq 0$ dependerá del valor que le demos a x.

Una **inecuación** es una **desigualdad** en la que hay una o más incógnitas (cantidades desconocidas) y que puede cumplirse o no, es decir, que sólo se verifica para determinados valores de las incógnitas. Los valores de las incógnitas que hace que la desigualdad se cumpla se le llaman soluciones de la inecuación.

Desigualdades algebraicas

Son desigualdades que contienen números y expresiones con una o más variables.

Ejemplos:

$3x + 5 < 2x$

$4y - 4 > 3y - 1$

$4 \leq x - 6 \leq 5$

Propiedades de las desigualdades

1) Si sumamos o restamos un mismo número a los dos miembros de una desigualdad, resulta otra del mismo sentido.

   Ejemplo:

   5x + 4 > 6

   5x + 4 – 4 > 6 – 4 (A ambos lados restamos 4, por lo tanto el sentido de la desigualdad se mantiene)

2) Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número positivo, resulta otra del mismo sentido.
   Ejemplo:
   5x + 4 > 6
   3(5x + 4) > 3(6) (Ambos lados lo estamos multiplicando por 3)
   15x + 12 > 18 (El sentido de la desigualdad se mantiene)

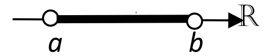
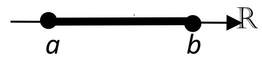
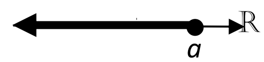
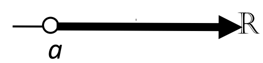
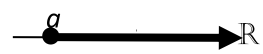
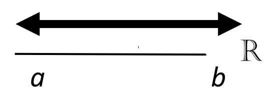
3) Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número negativo, resulta otra de sentido contrario.
   Ejemplo:
   5x + 4 > 6
   -3(5x + 4) > -3(6) (Ambos lados lo estamos multiplicando por -3)
   -15x -12 12 **<** -18 (El sentido de la desigualdad cambia)

Conjunto solución

La solución de una desigualdad es el conjunto de todos los valores de la incógnita que la satisface. Resolver una desigualdad es hallar su conjunto solución, valiéndonos de las reglas utilizadas en la resolución de ecuaciones.

Intervalos, gráficas y límites

Un intervalo se define como un subconjunto de los números reales en el que está comprendido, entre dos números cualesquiera, $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ ∈**R**;es decir, es un subconjunto de la recta numérica. Cuando sea$a < b$, se definiránlos siguientes tipos de intervalos en la recta real:

Tipo de intervalo	Notación de intervalos	Desigualdad	Notación de conjunto	Gráfica
Intervalo abierto	(a, b)	$a<x<b$	$S = \{x \in \mathbb{R} / a<x<b\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : a<x<b\}$	
Intervalo cerrado	$[a, b]$	$a \le x \le b$	$S = \{x \in \mathbb{R} / a \le x \le b\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : a \le x \le b\}$	
Intervalos semiabiertos o Intervalos semicerrados	$(a, b]$	$a < x \le b$	$S = \{x \in \mathbb{R} / a<x \le b\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : a<x \le b\}$	
	$[a, b)$	$a \le x < b$	$S = \{x \in \mathbb{R} / a \le x<b\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : a \le x<b\}$	
Intervalos infinitos	$(-\infty, a]$	$x \le a$	$S = \{x \in \mathbb{R} / x \le a\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \le a\}$	
	$(-\infty, a)$	$x < a$	$S = \{x \in \mathbb{R} / x<a\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : x<a\}$	
	$(a, +\infty)$	$x > a$	$S = \{x \in \mathbb{R} / x>a\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : x>a\}$	
	$[a, +\infty)$	$x \ge a$	$S = \{x \in \mathbb{R} / x \ge a\}$ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \ge a\}$	
	$(-\infty, +\infty)$		$S = \{x \in \mathbb{R}\}$	

Observación: El símbolo ∞, significa **infinito**, a $+\infty$ se le denomina "**más infinito**", y a $-\infty$ se le llama "**menos infinito**". No debemos confundir el infinito con un número real, pues el **infinito** es un símbolo matemático y no obedece a las propiedades de los números. Es decir, no podemos interpretar los **infinitos** como si fuesen números reales.