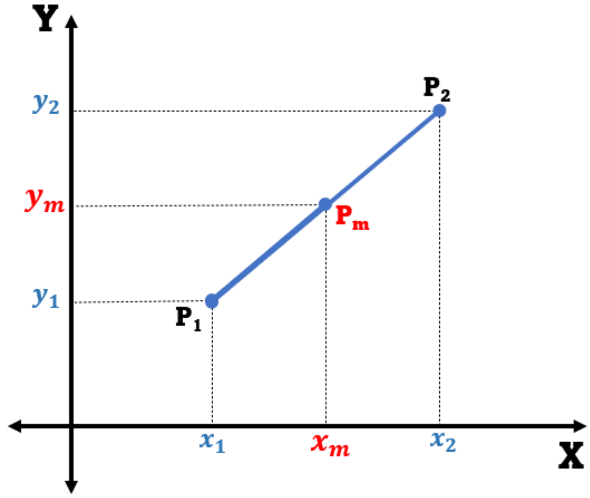
PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

El punto medio del segmento de recta con extremos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, es aquel punto $P_m(x_m, y_m)$ que lo divide en dos segmentos iguales.

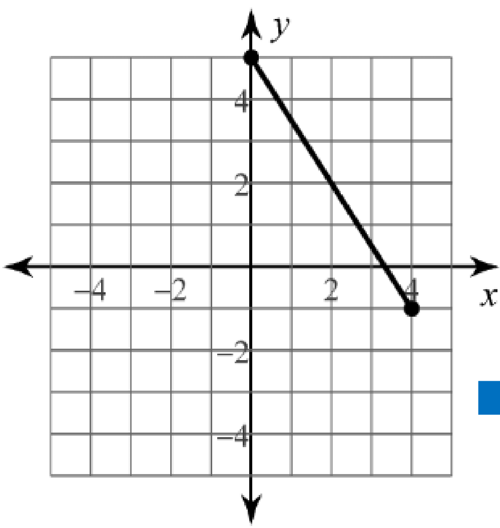
Para encontrar las coordenadas del punto medio utilizamos:

$$P_m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$



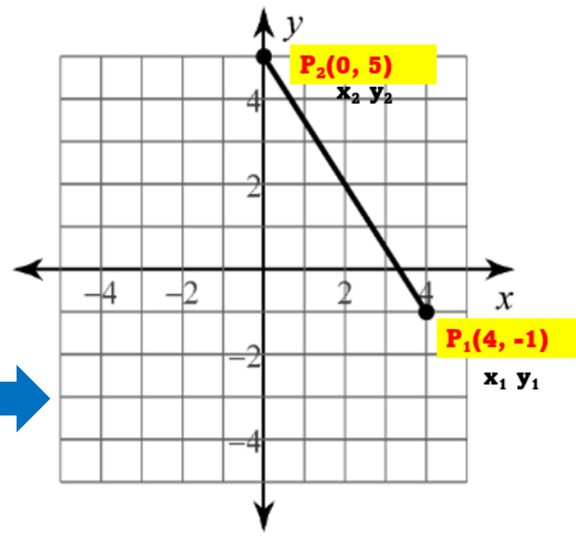
Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1. Encuentre el punto medio del siguiente segmento:



Solución:

Primeramente colocamos las coordenas de los extremos del segmento de recta.



Ahora sustituimos los valores en la fórmula:

$$P_m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$P_m = \left(\frac{4 + 0}{2}, \frac{-1 + 5}{2}\right)$$

$$P_m = \left(\frac{4}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

$$P_m = (2, 2)$$

Ejemplo 2. **Encuentre las coordenadas del putno medio del segmento que une los puntos G(3,1) y F(9,1)**

Solución:

Sustieuimos los valores de las coordenas de G y F en la fórmula

$$P_m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$P_m = \left(\frac{3 + 9}{2}, \frac{1 + 1}{2}\right)$$

$$P_m = \left(\frac{12}{2}, \frac{2}{2}\right)$$

$$\boxed{P_m = (6,\ 1)}$$

Ejemplo 3. **Uno del estremos de un segmento de recta es el punto (4, 3) y su punto medio es el punto (-1, -3). Encuentre las coordenadas del otro extremo.**

Solución:

Separamos la fórmula:

$$x = \frac{x_1+x_2}{2} \quad \text{y} \quad y = \frac{y_1+y_2}{2}$$

Sustituimos los valores, en este caso el punto medio nos da los valores de (x, y):

$$-1 = \frac{4+x_2}{2} \quad \text{y} \quad -3 = \frac{3+y_2}{2}$$

$$-1(2) = 4 + x_2 \quad \text{y} \quad -3(2) = 3 + y_2$$

$$-2 = 4 + x_2 \quad \text{y} \quad -6 = 3 + y_2$$

$$-2 - 4 = x_2 \quad \text{y} \quad -6 - 3 = y_2$$

$$\boxed{-6 = x_2} \quad \text{y} \quad \boxed{-9 = y_2}$$

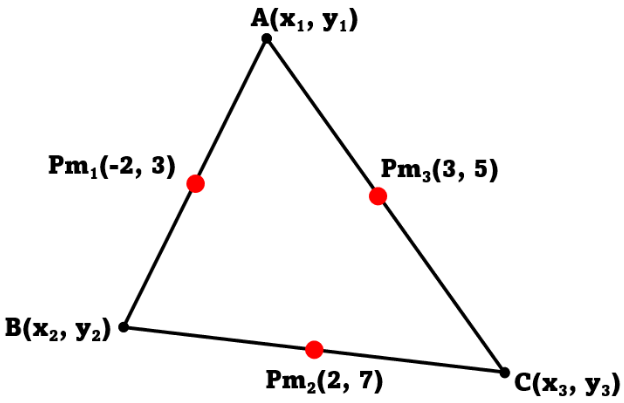
$$\boxed{P_2 = (-6,\ -9)}$$

Ejemplo 4. **Los puntos medios de los lados de un triángulo son (-2, 3), (2, 7), (3, 5). Encuentra las coordenadas de los vértices.**

Solución:

Hacemos el diagrama de un triángulo para visualizar mejor el problema

(El Diagrama no está colocado en el plano cartesiano)



Para cada punto medio encontramos las ecuaciones resultantes.

$Pm_1(-2, 3)$

$$x = \frac{x_1+x_2}{2} \qquad y = \frac{y_1+y_2}{2}$$

$$-2 = \frac{x_1+x_2}{2} \qquad 3 = \frac{y_1+y_2}{2}$$

$$\boxed{x_1 + x_2 = -4} \qquad \boxed{y_1 + y_2 = 6}$$

$Pm_2(2, 7)$

$$x = \frac{x_2+x_3}{2} \qquad y = \frac{y_2+y_3}{2}$$

$$2 = \frac{x_2+x_3}{2} \qquad 7 = \frac{y_2+y_3}{2}$$

$$\boxed{x_2 + x_3 = 4} \qquad \boxed{y_2 + y_3 = 14}$$

$Pm_3(3, 5)$

$$x = \frac{x_1+x_3}{2} \qquad y = \frac{y_1+y_3}{2}$$

$$3 = \frac{x_1+x_3}{2} \qquad 5 = \frac{y_1+y_3}{2}$$

$$\boxed{x_1 + x_3 = 6} \qquad \boxed{y_1 + y_3 = 10}$$

Formamos un sistema de ecuaciones con las ecuaciones que contengan x enmarcadas en amarillo.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_3 = 6 \end{cases}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones obtenemos:

$$x_1 = -1; \; x_2 = -3; \; x_3 = 7$$

Formamos un sistema de ecuaciones con las ecuaciones que contengan y enmarcadas en verde.

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 6 \\ y_2 + y_3 = 14 \\ y_1 + y_3 = 10 \end{cases}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones obtenemos:

$$y_1 = 1; \; y_2 = 5; \; y_3 = 9$$

Con ambos sistemas de ecuaciones resueltos podemos deducir los valores de A, B, C:

A(-1, 1); B(-3, 5); C(7, 9)